


**ПРИВАТНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«ФІНАНСОВО-ПРАВОВИЙ КОЛЕДЖ»**

УХВАЛЕНО  
на засіданні Вченої ради  
ПВНЗ «Фінансово-правовий коледж»  
Голова Вченої ради  
 Т.О. Губанова  
(протокол від 22.08.2018р. № 1)

ЗАТВЕРДЖЕНО  
Директор  
ПВНЗ «Фінансово-правовий коледж»  
 Т.О. Губанова  
(наказ від 22.08.2018 р. № 24-н)



**ВИЩА МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ**

**СИЛЛАБУС**

освітньо-професійна програма	<b>072 Фінанси, банківська справа та страхування</b>
освітньо-кваліфікаційний рівень	<b>молодший спеціаліст</b>
форма навчання	<b>денна</b>

**Розробник:** Викладач кафедри загальноекономічних дисциплін Дем'яненко М.Г.

Київ 2018

## ЗМІСТ

1. Основні характеристики навчальної дисципліни.....	3
2. Вступ.....	4
3. Програма навчальної дисципліни.....	6
4. Тематика та плани занять.....	8
5. Завдання для модульних контрольних робіт, самостійних робіт, тести.....	12
6. Система поточного та підсумкового контролю.....	30
7. Перелік питань на іспит.....	31
8. Список рекомендованої літератури.....	35

## **ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

Освітня-професійна програма 072 Фінанси, банківська справа та страхування

Освітньо-кваліфікаційний рівень: молодший спеціаліст

Курс: 2 (другий)

Семестр: 3

Кількість кредитів та годин: 5 кредитів / 150 годин

Кількість модулів: 5 змістових модулів

Характер дисципліни: нормативна

Лекції: 34 години

Практичні заняття: 34 години

Самостійна робота: 78 годин

Консультації: 4 години

Вид контролю: іспит

## ВСТУП

Дисципліна "Вища математика для економістів" є базовою нормативною дисципліною для спеціальності „**Фінанси, банківська справа та страхування**”.

**Метою і завданням навчальної дисципліни** „Вища математика для економістів” є формування базових знань з основ застосування математичного апарату; вивчення студентами основних методів та алгоритмів аналітичної геометрії, лінійної алгебри та математичного аналізу, вивчення теоретичних основ математичного аналізу з метою використання їх методики та інструментарію в дослідженні економічних об’єктів і процесів.

**Предмет навчальної дисципліни** „Вища математика для економістів” включає кількісні та якісні методи аналізу детермінованих систем, методологічні й методичні засади та інструментарій кількісного аналізу економічних систем.

### **Вимоги до знань та вмінь.**

*Студент повинен* оволодіти методами дослідження функцій однієї та багатьох змінних, методами матричного аналізу, розв’язання систем лінійних рівнянь, методами аналітичної геометрії, повинен опанувати методологію побудови економіко-математичних моделей, змістовної економічної інтерпретації результатів.

**Місце в структурно-логічній схемі спеціальності.** Нормативна навчальна дисципліна "Вища математика для економістів" є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня "бакалавр", є базовою для вивчення таких спеціальних дисциплін як "Теорія ймовірностей та математична статистика", "Економічна статистика", "Економетрика", "Фінансова математика", "Економіко-математичне моделювання", "Методи прийняття рішень", "Системний аналіз".

**Система контролю знань та умови складання іспиту.** Навчальна дисципліна "Вища математика для економістів" оцінюється за модульно-рейтинговою системою. Вона складається з 4 модулів.

Результати навчальної діяльності студентів оцінюються за 100-бальною шкалою в кожному семестрі окремо.

**Форми поточного контролю:** оцінювання домашніх самостійних завдань; тестів та контрольних робіт виконаних студентами під час практичних занять. Студент може отримати максимально 5 балів за усні відповіді, 2 за доповнення на практичних заняттях в кожному зі змістових модулів.

**Модульний контроль:** 4 модульні контрольні роботи (по 2 роботи на кожен семестр).

За результатами кожного семестру студент отримує підсумкову оцінку за 100-бальною системою, яка розраховується як накопичена оцінок за кожен з двох модулів у семестрі та оцінки за залік або іспит наступним чином.

## ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

НАЗВА ТЕМИ	<i>Кількість годин</i>		
	Лекції	Практичні	Самостійна робота
Тема 1. Системи лінійних рівнянь	1	1	3
Тема 2. Визначники	1	1	3
Тема 3. Елементи аналітичної геометрії	1	1	3
Тема 4. Векторний простір	2	2	3
Тема 5. Алгебра матриць	1	1	3
Тема 6. Дослідження систем лінійних рівнянь в матричній формі	1	1	3
Тема 7. Комплексні числа	1	1	4
Тема 8. Многочлени	2	2	3
Тема 9. Лінійні перетворення і матриці	1	1	3
Тема 10. Евклідові простори	1	1	3
Тема 11. Квадратичні форми	1	1	3
Тема 12. Вступ до математичного аналізу	2	2	4
Тема 13. Границя числової послідовності	2	2	3
Тема 13. Границя послідовності (продовження)	1	1	3
Тема 14. Границя функції	1	1	3
Тема 15. Еквівалентні функції та символ о-мале	1	1	4
Тема 16. Неперервність функції в точці	2	2	3
Тема 17. Глобальні властивості неперервних функцій	1	1	3
Тема 18. Похідна та диференціал	2	2	3
Тема 19. Основні теореми про диференційовні функції та їх застосування	2	2	4
Тема 20. Опуклість функції	1	1	3
Тема 21. Невизначений інтеграл	2	2	3
Тема 22. Визначений інтеграл	2	2	4
Тема 23. Невласні інтеграли	2	2	4
<b>Всього</b>	<b>34</b>	<b>34</b>	<b>78</b>

# ТЕМАТИКА ТА ПЛАНИ ЗАНЯТЬ

## I СЕМЕСТР

### Змістовий модуль 1 „Основи лінійної алгебри та аналітичної геометрії”

#### Тема 1. Системи лінійних рівнянь

##### **Лекція 1. Системи лінійних рівнянь.**

Основні поняття лінійної алгебри. Системи лінійних рівнянь (СЛР). Еквівалентні перетворення. Метод Гаусса розв’язання систем лінійних рівнянь.

##### **Практичне заняття 1.**

Розв’язання систем лінійних рівнянь методом Гаусса.

##### **Завдання для самостійної роботи (6 год.)**

Сумісні та несумісні СЛР. Параметричний розв’язок системи. Математичні моделі в економіці.

*Література* [1-6].

#### Тема 2. Визначники

##### **Лекція 2. Визначники II, III порядків.**

Визначники II, III порядків. Метод Саррюса обчислення визначників III порядку. Властивості визначників. Формули Крамера для систем лінійних алгебраїчних рівнянь II, III порядків.

##### **Практичне заняття 2**

Обчислення визначників II і III порядків.

##### **Завдання для самостійної роботи (5 год.)**

Дослідження СЛР методом Крамера.

*Література* [1-6].

##### **Лекція 3. Визначники n-го порядку.**

Визначники n-го порядку. Алгебраїчні доповнення та мінори. Властивості визначників.

##### **Практичне заняття 3**

Обчислення визначників n-го порядку.

##### **Завдання для самостійної роботи (5 год.)**

Обчислення визначників n-го порядку різними методами.

*Література* [1-6].

### Тема 3. Елементи аналітичної геометрії

#### **Лекція 4. Вектори.**

Вектори на прямій, площині та в просторі. Лінійні дії над векторами. Лінійно незалежні системи векторів. Базис, розкладання вектора за базисом. Декартова система координат у просторі. Координатна форма вектора. Скалярний добуток векторів та його властивості.

#### **Практичне заняття 4**

Лінійні дії над векторами. Розкладання вектора за базисом. Скалярний добуток векторів та його застосування.

#### **Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Проекція вектора на вісь. Застосування скалярного добутку векторів до розв'язування задач аналітичної геометрії.

*Література* [1-8].

#### **Лекція 5. Векторний та мішаний добуток векторів.**

Векторний та мішаний добуток векторів, їх геометричний зміст, властивості та застосування.

#### **Практичне заняття 5**

Обчислення векторного та мішаного добутків векторів, їх застосування.

#### **Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Застосування векторного і мішаного добутків векторів до розв'язування задач аналітичної геометрії.

*Література* [1-8].

#### **Лекція 6. Площина.**

Різні види рівнянь площини у просторі. Відстань та відхилення точки від площини. Взаємне розташування двох площин.

#### **Практичне заняття 6**

Складання рівнянь площин у просторі.

#### **Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Взаємне розташування двох площин.

*Література* [1-8].

#### **Лекція 7. Прямі на площині і в просторі.**

Пряма на площині і в просторі. Кут між прямими. Взаємне розташування прямих.

#### **Практичне заняття 7**

Складання рівнянь прямих, визначення кутів між прямими.



**Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Кут між прямою і площиною.

*Література* [1-8].

**Лекція 8. Криві другого порядку на площині.**

Криві другого порядку на площині. Зведення загального рівняння кривих другого порядку до канонічного вигляду.

**Практичне заняття 8**

Зведення загального рівняння кривих другого порядку до канонічного вигляду.

**Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Канонічні рівняння еліпса, гіперболи та параболі, їх геометричні властивості.

*Література* [1-8].

**Тема 4. Векторний простір****Лекція 9. Векторний простір.**

Аксиоматичне визначення векторного простору. Властивості операцій з векторами. Лінійна залежність і незалежність системи векторів. Вимірність і базис. Підпростори векторного простору. Перетворення координат вектора при переході до нового базису.

**Практичне заняття 9**

Дослідження властивостей систем векторів. Перетворення координат вектора при переході до нового базису.

**Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Приклади векторних просторів.

*Література* [1-8].

**Тема 5. Алгебра матриць****Лекція 10. Матриці.**

Матриці. Лінійні операції над матрицями. Множення матриць. Елементарні перетворення матриць.

**Практичне заняття 10**

Операції над матрицями.

**Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Множення матриць.

*Література* [1-8].

**Лекція 11. Обернена матриця.**

Обернена матриця. Блокові матриці. Розв'язування матричних рівнянь.

### **Практичне заняття 11**

Обчислення оберненої матриці. Розв'язування матричних рівнянь.

**Завдання для самостійної роботи** (4 год.)

Дії з блоковими матрицями. Методи обчислення оберненої матриці.

*Література* [1-8].

## **Тема 6. Дослідження систем лінійних рівнянь в матричній формі**

### **Лекція 12. Розв'язування СЛР матричним способом.**

Матричний запис системи лінійних рівнянь. Розв'язування СЛР матричним способом. Ранг матриці, його обчислення. Теорема Кронекера-Капеллі. Фундаментальна система розв'язків.

### **Практичне заняття 12**

Обчислення рангу матриці. Пошук загального та фундаментального розв'язків системи лінійних рівнянь.

**Завдання для самостійної роботи** (4 год.)

Методи обчислення рангу матриці. Дослідження прямокутних СЛР.

*Література* [1-8].

## **Тема 7. Комплексні числа**

### **Лекція 13. Комплексні числа.**

Комплексні числа. Комплексна координатна площина. Дії над комплексними числами. Тригонометрична форма комплексного числа. Формула Муавра.

### **Практичне заняття 13**

Дослідження властивостей комплексних чисел в алгебраїчній та тригонометричній формі.

**Завдання для самостійної роботи** (6 год.)

Показникова форма комплексного числа. Корені з одиниці.

*Література* [1-8].

## **Тема 8. Многочлени**

### **Лекція 14. Многочлени в комплексній площині.**

Операції над многочленами. Корені многочленів. Теорема Безу. Метод Горнера. Основна теорема алгебри. Розклад раціональних дробів.

**Практичне заняття 14**

Модульна контрольна робота 1.

**Завдання для самостійної роботи (6 год.)**

Знаходження коренів многочленів. Найбільший спільний дільник. Алгоритм Евкліда. Розкладання раціональних дробів.

*Література [1-8].*

**ЗАВДАННЯ ДЛЯ МОДУЛЬНИХ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ, САМОСТІЙНИХ РОБІТ,  
ТЕСТИ**

**ТИПОВЕ ЗАВДАННЯ МОДУЛЬНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ 1**

1. Рівняння  $x^2 + y^2 = R^2$  при  $R \neq 0$  задає:

а) функціональну залежність  $y = \pm\sqrt{R^2 - x^2}$ ;

б) дві функціональні залежності:  $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ ,  $y = -\sqrt{R^2 - x^2}$ ;

в) не задає функціональної залежності.

2. Дві прямі  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ,  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  будуть паралельні, якщо:

а)  $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$ ; б)  $\frac{a_1}{a_2} + \frac{b_1}{b_2} = 0$ ; в)  $\frac{a_1}{a_2} - \frac{b_1}{b_2} = 0$ ; г)  $a_1a_2 - b_1b_2 = 0$ .

3. Рівняння  $2x^2 + 3y^2 + 5 = 0$  задає: а) еліпс; б) гіперболу; в) параболу; г) пару прямих; д) точку; е)  $\emptyset$ .

4. Якою буде система  $ax = b$  при  $a = 0$ ,  $b \neq 0$ : а) несумісною;

б) невизначеною; в) сумісною і визначеною.

5. Якщо до кожного рядка визначника, крім останнього, додати наступний рядок, то визначник: а) змінить знак; б) не зміниться; в) буде дорівнювати 0.

6. Користуючись теоремою Лапласа, обчислити визначник:

$$\begin{vmatrix} 0 & a & b & c \\ 1 & x & 0 & 0 \\ 1 & 0 & y & 0 \\ 1 & 0 & 0 & z \end{vmatrix}.$$

7. Як зміниться добуток АВ матриць А і В, якщо переставити і-тий та j-тий рядки матриці А?

8. Знайти загальний розв'язок та один частинний розв'язок системи рівнянь:

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4$$

$$x_2 - x_3 + x_4 = -3$$

$$x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1$$

$$-7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3$$

9. Для моделі Леонт'єва  $X = AX + Y$  знайти матрицю прямих витрат А, обсяги кінцевого споживання Y продукції промисловості і сільського господарства,

$$A1 = \begin{pmatrix} 14/11 & 2/11 \\ 2/11 & 16/11 \end{pmatrix}$$

якщо відома матриця повних витрат  $A1 = (E - A)^{-1}$  та обсяги повного випуску X продукції промисловості та сільського господарства (відповідно 400 млрд. грн. і 500 млрд. грн.).

10. Вказати вірні та помилкові твердження: а) для будь-якої матриці можна знайти транспоновану; б) завжди можна визначити добуток якоїсь матриці та оберненої до неї.

### ***Контрольні запитання до змістового модуля I***

1. Метод Гаусса розв'язання систем лінійних рівнянь.
2. Визначники II порядку, їх властивості.
3. Визначники III порядку. Алгебраїчні доповнення та мінори. Формула Лапласа.
4. Формули Крамера для систем лінійних алгебраїчних рівнянь II і III порядків.
5. Означення визначника n-го порядку.
6. Властивості визначників n-го порядку.
7. Поняття вектора. Лінійні дії над векторами.
8. Лінійно незалежні системи векторів. Базис, розклад вектора за базисом.
9. Проекція вектора на вісь.
10. Декартова система координат у просторі. Координатна форма вектора.
11. Скалярний добуток векторів та його властивості.
12. Векторний добуток векторів.
13. Мішаний добуток трьох векторів.
14. Векторне і нормальне рівняння площини.
15. Загальне рівняння площини. Відстань та відхилення точки від площини.
16. Пряма на площині. Кут між прямими.
17. Різні види рівнянь прямої в просторі.
18. Взаємне розташування двох площин. Кут між прямою і площиною.
19. Канонічне рівняння еліпса, його геометричні властивості.
20. Канонічне рівняння гіперболи, її геометричні властивості.
21. Канонічне рівняння та параболи, її геометричні властивості.
22. Види матриць. Лінійні операції над матрицями.
23. Множення матриць.
24. Елементарні перетворення матриць.
25. Обернена матриця.
26. Комплексні числа. Тригонометрична форма комплексного числа.
27. Дії над комплексними числами. Формула Муавра.
28. Операції над многочленами. Найбільший спільний дільник.
29. Корені многочленів. Теорема Безу. Метод Горнера.
30. Основна теорема алгебри.

## **Змістовий модуль 2 „Лінійні перетворення, квадратичні форми. Вступ до математичного аналізу”**

### **Тема 9. Лінійні перетворення і матриці**

#### **Лекція 15. Лінійні перетворення у векторному просторі.**

Лінійні перетворення та їх матриці. Дії над лінійними перетвореннями. Обернене лінійне перетворення.

**Практичне заняття 15**

Знаходження матриць лінійних перетворень.

**Завдання для самостійної роботи (5 год.)**

Операції над лінійними перетвореннями.

*Література* [1-8].

**Лекція 16. Власні числа і власні вектори лінійного перетворення.**

Характеристичний многочлен, власні числа і власні вектори лінійного перетворення.

**Практичне заняття 16**

Знаходження власних чисел та власних векторів лінійних перетворень.

**Завдання для самостійної роботи (5 год.)**

Дослідження характеристичного многочлену матриці лінійного перетворення.

*Література* [1-8].

**Тема 10. Евклідові простори****Лекція 17. Евклідові простори.**

Означення евклідового простору. Ортонормовані базиси і ортогональні матриці.

**Практичне заняття 17**

Побудова ортонормованих систем векторів. Ортогоналізація Грама – Шмідта.

**Завдання для самостійної роботи (5 год.)**

Приклади ортогональних перетворень.

*Література* [1-8].

**Лекція 18. Ортогональні перетворення.**

Ортогональні перетворення. Властивості ортогональних перетворень.

**Практичне заняття 18**

Приклади ортогональних перетворень.

**Завдання для самостійної роботи (5 год.)**

Ядро та образ ортогонального перетворення.

*Література* [1-8].

**Тема 11. Квадратичні форми****Лекція 19. Квадратичні форми.**

Означення квадратичної форми. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Додатно-визначені квадратичні форми. Основні ознаки додатної (невід'ємної) визначеності.

### **Практичне заняття 19**

Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду.

#### **Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Дослідження додатної (невід'ємної) визначеності квадратичних форм.

*Література* [1-8].

## **Тема 12. Вступ до математичного аналізу**

### **Лекція 20. *Поняття множини.***

Поняття множини, елементи множини. Операції над множинами.

### **Практичне заняття 20**

Розв'язування задач з теорії множин.

#### **Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Числові множини. Метод математичної індукції.

*Література* [1-6, 9, 10].

### **Лекція 21. *Поняття функції.***

Бінарне відношення. Функціональна залежність, взаємно-однозначне відображення, складена функція, обернена функція. Параметричне та неявне відображення.

### **Практичне заняття 21**

Дослідження властивостей функцій та відображень.

#### **Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Графіки основних елементарних функцій.

*Література* [1-6, 9, 10].

### **Лекція 22. *Аксиоматичне означення дійсного числа.***

Аксиоматичне означення дійсного числа. Розширення множини дійсних чисел. Основні характеристики дійсного числа.

### **Практичне заняття 22**

Метод математичної індукції.

#### **Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Застосування методу математичної індукції для доведення числових співвідношень..

*Література* [1-6, 9 ,10].

### **Лекція 23. Властивості числових множин.**

Обмежені та необмежені числові множини. Верхня та нижня межі множини. Принцип Архімеда. Принцип вкладених відрізків.

#### **Практичне заняття 23**

Знаходження верхніх та нижніх меж множин.

#### **Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Дослідження властивостей верхніх та нижніх меж множин.

*Література* [1-6, 9 ,10].

### **Лекція 24. Потужність числових множин.**

Рівнопотужні множини. Відношення еквівалентності. Відношення порядку. Зліченність раціональних чисел.

#### **Практичне заняття 24**

Незліченність множини дійсних чисел.

#### **Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Найпростіші властивості елементарних функцій.

*Література* [1-6, 9 ,10].

## **Тема 13. Границя числової послідовності**

### **Лекція 25. Означення границі числової послідовності.**

Поняття послідовності, границя послідовності. Єдиність границі послідовності. Перехід до границі у нерівностях.

#### **Практичне заняття 25**

Модульна контрольна робота 2.

#### **Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Обчислення границь числових послідовностей за допомогою означення.

*Література* [1-6, 9 ,10].

### **Лекція 26. Обмежені числові послідовності. (1 год.)**

Обмежені числові послідовності. Обмеженість збіжних послідовностей.

#### **Практичне заняття 26 (1 год.)**

Обчислення границь числових послідовностей за допомогою означення.

#### **Завдання для самостійної роботи (2 год.)**



Обчислення границь числових послідовностей за допомогою означення.  
Література [1-6, 9, 10].

## ТИПОВЕ ЗАВДАННЯ МОДУЛЬНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ 2

1. Знайти координати вектора в «новому» базисі, якщо він заданий у «старому» базисі

$$e'_1 = e_1 + e_2 - 9e_3; \quad e'_2 = 0,9e_1 - e_2; \quad e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3; \quad x = (3 \ -10 \ 10)^T.$$

2. Знайти ядро і образ матриці

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

3. Діагоналізувати матрицю за допомогою перетворення подібності

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Ортогоналізувати систему векторів

$$a = (1 \ 0 \ 2)^T, \quad b = (0 \ 2 \ 1)^T, \quad c = (1 \ 1 \ 1)^T.$$

5. Скласти векторне і канонічні рівняння прямої в евклідовому просторі, що проходить через задану точку перпендикулярно до заданої гіперплощини  $A(2, 0, 1, 3)$ ,  $x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1$ .

### Контрольні запитання до змістового модуля 2

31. Аксиоматичне визначення векторного простору.
32. Вимірність і базис векторного простору.
33. Підпростори векторного простору.
34. Площини і прямі в афінному просторі.
35. Ранг матриці, його обчислення.
36. Підпростір, утворений розв'язками однорідної системи лінійних рівнянь.  
Фундаментальна система розв'язків.
37. Неоднорідні системи лінійних рівнянь Теорема Кронекера-Капеллі.
38. Обернене лінійне перетворення.
39. Матриці лінійного перетворення.
40. Характеристичний многочлен, власні числа і власні вектори лінійного перетворення.
41. Означення евклідового простору.
42. Ортонормовані базиси і ортогональні матриці.
43. Ортогональні перетворення.

44. Означення квадратичної форми.
45. Основні ознаки додатної визначеності.
46. Поняття множини. Рівність множин.
47. Операції над множинами.
48. Означення функції. Види відображень.
49. Складена функція, обернена функція.
50. Параметричне та неявне відображення.
51. Аксиоми множини дійсних чисел.
52. Розширення множини дійсних чисел.
53. Верхня та нижня межі множини.

### Перелік запитань на іспит

1. Основні поняття лінійної алгебри. Системи лінійних рівнянь.
2. Метод Гаусса розв'язання систем лінійних рівнянь.
3. Визначники II порядку, їх властивості.
4. Визначники III порядку. Алгебраїчні доповнення та мінори. Формула Лапласа.
5. Формули Крамера для систем лінійних алгебраїчних рівнянь II і III порядків.
6. Означення визначника n-го порядку.
7. Властивості визначників n-го порядку.
8. Поняття вектора. Лінійні дії над векторами.
9. Лінійно незалежні системи векторів. Базис, розклад вектора за базисом.
10. Проекція вектора на вісь.
11. Декартова система координат у просторі. Координатна форма вектора.
12. Скалярний добуток векторів та його властивості.
13. Векторний добуток векторів.
14. Мішаний добуток трьох векторів.
15. Векторне і нормальне рівняння площини.
16. Загальне рівняння площини. Відстань та відхилення точки від площини.
17. Кут між двома площинами.
18. Пряма на площині. Кут між прямими.
19. Різні види рівнянь прямої в просторі.
20. Кут між прямими в просторі, умова належності двох прямих одній площині.
21. Взаємне розташування двох площин. Кут між прямою і площиною.
22. Канонічне рівняння еліпса, його геометричні властивості.
23. Канонічне рівняння гіперболи, її геометричні властивості.
24. Канонічне рівняння та параболи, її геометричні властивості.
25. Загальне рівняння кривої другого порядку.
26. Види матриць. Лінійні операції над матрицями.
27. Множення матриць.
28. Елементарні перетворення матриць.

29. Обернена матриця.
30. Блокові матриці.
31. Розв'язування матричних рівнянь.
32. Комплексні числа. Тригонометрична форма комплексного числа.
33. Дії над комплексними числами. Формула Муавра.
34. Операції над многочленами. Найбільший спільний дільник.
35. Корені многочленів. Теорема Безу. Метод Горнера.
36. Основна теорема алгебри.
37. Розклад раціональних дробів.
38. Аксиоматичне визначення векторного простору.
39. Вимірність і базис векторного простору. Перетворення координат при переході до нового базису.
40. Підпростори векторного простору.
41. Афінний простір. Площини і прямі в афінному просторі.
42. Ранг матриці, його обчислення.
43. Підпростір, утворений розв'язками однорідної системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків.
44. Неоднорідні системи лінійних рівнянь Теорема Кронекера-Капеллі.
45. Лінійні перетворення та їх матриці. Дії над лінійними перетвореннями. Обернене лінійне перетворення.
46. Матриці лінійного перетворення. Подібні матриці.
47. Характеристичний многочлен, власні числа і власні вектори лінійного перетворення.
48. Означення евклідового простору. Ортогональні вектори. Ортогоналізація Грама-Шмідта.
49. Ортонормовані базиси і ортогональні матриці.
50. Ортогональні перетворення.
51. Означення квадратичної форми. Основні ознаки додатної визначеності.
52. Приведення квадратичної форми до канонічного вигляду.
53. Поняття множини. Рівність множин.
54. Операції над множинами.
55. Означення функції. Види відображень.
56. Складена функція, обернена функція.
57. Параметричне та неявне відображення.
58. Аксиоми множини дійсних чисел.
59. Розширення множини дійсних чисел.
60. Основні характеристики дійсного числа.
61. Обмежені та необмежені числові множини.
62. Верхня та нижня межі множини.
63. Принцип Архімеда.
64. Принцип вкладених відрізків.
65. Еквівалентність множин та поняття потужності.
66. Зчисленна потужність.
67. Континуальна потужність.

## II СЕМЕСТР

### ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3 „Границя, неперервність і диференціювання функції однієї змінної”

#### ТЕМА 13. Границя послідовності (продовження)

##### **Лекція 1. Нескінченно малі послідовності.**

Поняття нескінченно малої послідовності. Зв'язок понять границі і нескінченно малої. Нескінченно великі послідовності, їх зв'язок з нескінченно малими. Основні властивості нескінченно малих послідовностей.

##### **Практичне заняття 1**

Дослідження властивостей нескінченно малих послідовностей.

**Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Обчислення границь числових послідовностей.

*Література* [1-6, 9, 10].

##### **Лекція 2. Монотонні послідовності.**

Теореми про границю суми, добутку, відношення числових послідовностей. Монотонні послідовності. Ознака збіжності монотонної послідовності. Поняття граничної точки ( частинної границі ) послідовності. Лема про граничну точку і теорема Больцано – Вейерштрасса про обмежену послідовність.

##### **Практичне заняття 2**

Застосування ознаки збіжності монотонної послідовності. Число  $e$ .

**Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Обчислення частинних границь послідовностей.

*Література* [1-6, 9, 10].

##### **Лекція 3. Критерій Коші збіжності послідовності.**

Поняття фундаментальної послідовності. Критерій Коші збіжності послідовності.

##### **Практичне заняття 3**

Застосування критерію Коші збіжності числової послідовності.

**Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Обчислення частинних границь послідовностей.

*Література* [1-6, 9, 10].

## ТЕМА 14. Границя функції

### Лекція 4. Границя функції

Поняття границі функції. Різні варіанти границь. Єдиність границі. Нескінченно великі функції. Нескінченно малі функції. Зв'язок поняття границі і нескінченно малої. Зв'язок між нескінченно малими та нескінченно великими функціями.

#### Практичне заняття 4

Обчислення границь функцій.

**Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Обчислення границь функцій.

*Література* [1-6, 9, 10].

### Лекція 5. Порівняння нескінченно малих функцій.

Теорема порівняння нескінченно малих. Теорема про суму нескінченно малих функцій. Обмежені функції, локально обмежені функції. Локальна обмеженість функцій, що мають границю. Теорема про добуток нескінченно малої функції на локально обмежену.

#### Практичне заняття 5

Застосування еквівалентності нескінченно малих функцій для обчислення границь.

**Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Застосування еквівалентності нескінченно малих функцій для обчислення границь.

*Література* [1-6, 9, 10].

### Лекція 6. Властивості границь

Границя суми, добутку, відношення двох функцій. Теорема про перехід до границі в нерівностях. Теорема “про двох мільйонерів”. Теорема про граничний перехід в складеній функції. Перша і друга чудові границі.

#### Практичне заняття 6

Розкриття невизначеностей при обчисленні границь функцій.

**Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Застосування першої і другої чудових границь.

*Література* [1-6, 9, 10].

## ТЕМА 15. Еквівалентні функції та символ о-мале

### Лекція 7. Еквівалентні функції.

Еквівалентні функції. Теорема про заміну функцій на еквівалентні в добутку та відношенні ( при обчисленні границь ). Символ о-мале, його властивості. Необхідна та достатня умова еквівалентності двох функцій. Використання символу о-мале при обчисленні границь

#### Практичне заняття 7

Застосування символів Ландау для знаходження границь функцій.

**Завдання для самостійної роботи (6 год.)**

Застосування символів Ландау для знаходження границь функцій.

*Література* [1-6, 9 ,10].

## ТЕМА 16. Неперервність функції в точці

### Лекція 8. Неперервність функції

Поняття неперервної функції. Точки розриву, їх класифікація. Арифметичні операції над неперервними функціями. Неперервність складеної функції. Локальні властивості функцій, неперервних у точці.

#### Практичне заняття 8

Дослідження неперервності функції в точці.

**Завдання для самостійної роботи (6 год.)**

Неперервність елементарних функцій.

*Література* [1-6, 9 ,10].

## ТЕМА 17. Глобальні властивості неперервних функцій

### Лекція 9. Властивості неперервних функцій

Перша та друга теореми Вейерштрасса про неперервну на відрізку функцію. Теорема Больцано – Коші про проміжні значення неперервної функції.

#### Практичне заняття 9

Застосування властивостей неперервних функцій.

**Завдання для самостійної роботи (6 год.)**

Знаходження та класифікація точок розриву функцій.

*Література* [1-6, 9 ,10].

## ТЕМА 18. Похідна та диференціал

### Лекція 10. *Поняття похідної*

Поняття похідної. Геометричний та механічний зміст похідної. Економічний зміст похідної, застосування похідної в економіці.

#### **Практичне заняття 10**

Дослідження існування похідної функції в точці.

#### **Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Економічний зміст похідної, застосування похідної в економіці

*Література* [1-6, 9, 10].

### Лекція 11. *Властивості похідних*

Зв'язок неперервності та диференційованості. Похідна суми, добутку, відношення. Похідні основних елементарних функцій. Похідна складеної функції. Теорема про існування та неперервність оберненої функції ( без доведення ). Похідна оберненої функції.

#### **Практичне заняття 11**

Обчислення похідних складених функцій.

#### **Завдання для самостійної роботи ( 4 год.)**

Логарифмічне диференціювання.

*Література* [1-6, 9, 10].

### Лекція 12. *Диференціал функції*

Поняття диференційованості функції, поняття диференціалу. Необхідна та достатня умова диференційованості функції, єдиність диференціалу. Геометричний зміст диференціала.

#### **Практичне заняття 12**

Обчислення диференціалів.

#### **Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Геометричний зміст диференціала.

*Література* [1-6, 9, 10].

### Лекція 13. *Похідні та диференціали вищих порядків*

Властивості диференціалу. Інваріантність форми першого диференціалу. Похідні та диференціали вищих порядків, їх властивості.

### Практичне заняття 13

Модульна контрольна робота 3.

**Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Обчислення похідних і диференціалів вищих порядків.

Література [1-6, 9 ,10].

### ТИПОВЕ ЗАВДАННЯ МОДУЛЬНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ 3

1. Довести методом математичної індукції справедливність формули:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{1}{3} n(n+1)(n+2)$$

Обчислити границі послідовностей:

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1}) \quad 3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}}{1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3^{n-1}}}$$

Обчислити границі:

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x+7} - \sqrt{2x+10}}{\sqrt{4x+3} - \sqrt{x+22}} \quad 5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - x - 2)^{20}}{(x^3 - 12x + 16)^{10}} \quad 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}$$

7. Дослідити на неперервність функцію та визначити характер точок розриву

$$y = \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}}$$

### Контрольні запитання до змістового модуля 3

1. Основні властивості нескінченно малих послідовностей.
2. Монотонні послідовності. Ознака збіжності монотонної послідовності.
3. Теорема Больцано – Вейерштрасса про обмежену послідовність.
4. Поняття фундаментальної послідовності. Фундаментальність збіжної послідовності.
5. Критерій Коші збіжності числової послідовності.
6. Означення за Коші границі функції. Еквівалентність означень за Коші та за Гейне.
7. Означення за Гейне границі функції. Точка дотикання множини.
8. Властивості границь функцій.
9. Нескінченно малі функції.



10. Критерій Коші існування границі функції.
11. Границі монотонних функцій.
12. Перша чудова границя.
13. Друга чудова границя.
14. Еквівалентні функції.
15. Поняття неперервності функції в точці. Одностороння неперервність.
16. Теорема Вейєрштрасса про неперервну на відрізку функцію.
17. Теорема Больцано – Коші про проміжні значення неперервної функції.
18. Поняття похідної. Геометричний, механічний та економічний зміст похідної.
19. Необхідна та достатня умова диференційованості функції.
20. Поняття диференціалу. Геометричний та механічний зміст диференціалу.
21. Властивості диференціалу. Інваріантність форми першого диференціалу.
22. Похідні вищих порядків, їх властивості.
23. Диференціали вищих порядків, їх властивості.

## **ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 4 „Застосування похідних. Інтегральне числення функції однієї змінної”**

### **ТЕМА 19. Основні теореми про диференційовні функції та їх застосування**

#### **Лекція 14. Основні теореми диференціального числення**

Екстремум функції. Необхідна умова внутрішнього локального екстремуму. Теорема Ролля, її геометричний зміст. Теорема Лагранжа про скінчений приріст, її геометричний зміст. Теорема Коші. Правило Лопіталя ( доведення для випадку  $0/0$  ).

#### **Практичне заняття 14**

Застосування правила Лопіталя.

**Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Застосування правила Лопіталя.

*Література* [1-6, 9 ,10].

#### **Лекція 15. Формула Тейлора**

Формула Тейлора та Маклорена з залишковим членом у формі Пеано. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа та Коші. Запис формули Тейлора через диференціали. Використання формули Маклорена для наближених обчислень.

#### **Практичне заняття 15**

Застосування формул Тейлора та Маклорена

**Завдання для самостійної роботи ( 4 год.)**  
Застосування формул Тейлора та Маклорена  
*Література* [1-6, 9 ,10].

### **Лекція 16. Екстремум функції**

Необхідна та достатня умова монотонності функції на інтервалі. Достатні умови екстремуму.

### **Практичне заняття 16**

Дослідження монотонності функцій. Знаходження екстремумів.

**Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Знаходження максимальних і мінімальних значень функції на відрізку.

*Література* [1-6, 9 ,10].

## **ТЕМА 20. Опуклість функції**

### **Лекція 17. Опуклість функції.**

Опуклість функції ( строга та нестрога ). Геометричне визначення за допомогою хорд та його переклад на мову нерівностей. Визначення опуклості за допомогою дотичної, необхідні та достатні умови опуклості. Необхідні та достатні умови опуклості двічі диференційованої функції.

### **Практичне заняття 17**

Дослідження опуклості функцій.

**Завдання для самостійної роботи (5 год.)**

Дослідження опуклості функцій.

*Література* [1-6, 9 ,10].

### **Лекція 18. Точки перегину та асимптоти функції.**

Поняття точки перегину. Необхідні та достатні умови точки перегину. Поняття асимптоти. Визначення параметрів похилої асимптоти.

### **Практичне заняття 18**

Знаходження точок перегину.

**Завдання для самостійної роботи (5 год.)**

Загальне обстеження функції.

*Література* [1-6, 9 ,10].

## **ТЕМА 21. Невизначений інтеграл**

### **Лекція 19. Поняття невизначеного інтегралу.**

Лема про функції, що мають однакові похідні на інтервалі. Поняття первісної функції. Поняття невизначеного інтегралу, його властивості. Таблиця інтегралів.

### **Практичне заняття 19**

Обчислення інтегралів, що зводяться до табличних.

**Завдання для самостійної роботи ( 4 год.)**

Обчислення інтегралів, що зводяться до табличних.

*Література* [1-6, 9 ,10].

### **Лекція 20. Найпростіші методи інтегрування.**

Заміна змінної у невизначеному інтегралі та інтегрування частинами. Інтегрування раціональних дробів.

### **Практичне заняття 20**

Застосування методів заміни змінної у невизначеному інтегралі та інтегрування частинами.

**Завдання для самостійної роботи (4 год.)**

Застосування методів заміни змінної у невизначеному інтегралі та інтегрування частинами.

*Література* [1-6, 9 ,10].

### **Лекція 21. Методи інтегрування.**

Інтегрування тригонометричних виразів, універсальна тригонометрична підстановка. Інтегрування найпростіших ірраціональних функцій.

### **Практичне заняття 21**

Інтегрування тригонометричних виразів та найпростіших ірраціональних функцій.

**Завдання для самостійної роботи ( 4 год.)**

Інтегрування тригонометричних виразів та найпростіших ірраціональних функцій.

*Література* [1-6, 9 ,10].

## **ТЕМА 22. Визначений інтеграл**

### **Лекція 22. Поняття визначеного інтеграла Рімана.**

. Поняття інтегральної суми. Поняття визначеного інтеграла Рімана. Необхідна умова інтегрованості функції за Ріманом. Поняття верхньої та нижньої сум Дарбу. Властивості сум Дарбу. Поняття рівномірно неперервної функції.

Формулювання теореми Кантора про рівномірну неперервність неперервної функції. Інтегрованість неперервної функції.

### **Практичне заняття 22**

Дослідження рівномірної неперервності функцій.

**Завдання для самостійної роботи ( 4 год.)**

Властивості сум Дарбу.

*Література* [1-6, 9 ,10].

### **Лекція 23. Властивості визначеного інтегралу.**

Інтегрованість функції, монотонної на відрізку. Інтегрованість обмеженої функції, що має скінчену кількість точок розриву. Властивості визначеного інтегралу, що пов'язані з підінтегральною функцією, з відрізком інтегрування і визначені нерівностями. Теореми про середнє значення.

### **Практичне заняття 23**

Дослідження інтегрованості функції на відрізку.

**Завдання для самостійної роботи (2 год.)**

Властивості визначеного інтегралу.

*Література* [1-6, 9 ,10].

### **Лекція 24. Обчислення визначеного інтеграла.**

Неперервна залежність визначеного інтегралу від змінної верхньої границі. Похідна інтегралу по змінній верхній границі. Формула Ньютона – Лейбніца. Заміна змінної у визначеному інтегралі, її геометричний зміст. Формула інтегрування частинами для визначеного інтегралу.

### **Практичне заняття 24**

Обчислення визначених інтегралів.

**Завдання для самостійної роботи ( 6 год.)**

Застосування визначеного інтеграла.

*Література* [1-6, 9 ,10].

## **ТЕМА 23. Невласні інтеграли**

### **Лекція 25. Поняття невластного інтеграла.**

Невласні інтеграли першого і другого роду. Критерій Коші збіжності невластного інтегралу. Абсолютно і умовно збіжні невластні інтеграли. Приклади.

**Практичне заняття 25**

Модульна контрольна робота 4.

**Завдання для самостійної роботи ( 5 год.)**

Обчислення невластних інтегралів. Дослідження абсолютної та умовної збіжності невластних інтегралів.

*Література* [1-6, 9 ,10].

**Лекція 26. Ознаки збіжності невластних інтегралів. (1 год.)**

Ознаки збіжності та розбіжності невластних інтегралів.

**Практичне заняття 26**

Дослідження збіжності невластних інтегралів.

**Завдання для самостійної роботи (5 год.)**

Дослідження збіжності невластних інтегралів.

*Література* [1-6, 9 ,10].

**ТИПОВЕ ЗАВДАННЯ МОДУЛЬНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ**

Знайти невизначені інтеграли:

$$1. \int \frac{5 + \ln(x+5)}{x+5} dx, \int \frac{2x dx}{\sqrt{x^2 + x - 5}}, \int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^3 x}, \int \frac{6x^2 + 9}{(x+1)(x+2)^2(x^2+1)} dx.$$

$$2. \text{Обчислити визначений інтеграл } \int_0^1 \frac{(x^2 + 1) dx}{(x^3 + 3x + 1)^3}.$$

3. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями:

$$x = \frac{1}{y\sqrt{1 + \ln y}}, \quad y = e^3, \quad y = 1, \quad x = 0.$$

4. Дослідити збіжність невластного інтеграла і обчислити, якщо збігається

$$\int_0^{+\infty} x e^{-3x} dx.$$

## СИСТЕМА ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

I семестр

	<i>Змістовий модуль 1</i>	<i>Змістовий модуль 2</i>	<i>Самостійна робота</i>	<i>Іспит</i>	<i>Разом (підсумкова оцінка)</i>
Оцінка (бали)	20	20	20	40	100

II семестр

	<i>Змістовий модуль 3</i>	<i>Змістовий модуль 4</i>	<i>Самостійна робота</i>	<i>Залік</i>	<i>Разом (підсумкова оцінка)</i>
Оцінка (бали)	20	20	20	40	100

*При цьому, кількість балів відповідає оцінці:*

**1-34** – «незадовільно» з обов'язковим повторним вивченням дисципліни;

**35-59** – «незадовільно» з можливістю повторного складання;

**60-64** – «задовільно» («достатньо»);

**65-74** – «задовільно»;

**75 - 84** – «добре»;

**85 - 89** – «добре» («дуже добре»);

**90 - 100** – «відмінно».

**Шкала відповідності**

За 100-бальною шкалою	Оцінка за національною шкалою	
<b>90 – 100</b>	<b>5</b>	<b>відмінно</b>
<b>85 – 89</b>	<b>4</b>	<b>добре</b>
<b>75 – 84</b>		
<b>65 – 74</b>	<b>3</b>	<b>задовільно</b>
<b>60 – 64</b>		
<b>35 – 59</b>	<b>2</b>	<b>незадовільно</b>
<b>1 – 34</b>		

## Перелік питань на іспит

1. Границя числової послідовності. Збіжні та нескінченно великі послідовності.
2. Основні властивості нескінченно малих послідовностей.
3. Теорема Больцано – Вейєрштрасса про обмежену послідовність.
4. Поняття фундаментальної послідовності. Фундаментальність збіжної послідовності.
5. Єдиність границі послідовності.
6. Перехід до границі послідовності у нерівностях.
7. Монотонні послідовності. Ознака збіжності монотонної послідовності.
8. Теореми про границю суми, добутку, відношення числових послідовностей.
9. Критерій Коші збіжності числової послідовності.
10. Число  $\epsilon$  як границя збіжної монотонної послідовності.
11. Означення за Коші границі функції. Еквівалентність означень за Коші та за Гейне.
12. Означення за Гейне границі функції. Точка дотикання множини.
13. Властивості границь функцій.
14. Нескінченно малі функції.
15. Порівняння функцій в околі заданої точки. Символи Ландау.
16. Критерій Коші існування границі функції.
17. Границі монотонних функцій.
18. Перша чудова границя.
19. Друга чудова границя.
20. Еквівалентні функції.
21. Поняття неперервності функції в точці. Одностороння неперервність.
22. Різні форми запису неперервності функції в точці.
23. Неперервність оберненої функції.
24. Теорема Вейєрштрасса про неперервну на відрізку функцію.
25. Теорема Больцано – Коші про проміжні значення неперервної функції.
26. Поняття похідної. Геометричний, механічний та економічний зміст похідної.
27. Зв'язок неперервності та диференційованості.
28. Необхідна та достатня умова диференційованості функції.
29. Поняття диференціалу. Геометричний та механічний зміст диференціалу.
30. Похідна суми, добутку, відношення функцій.
31. Похідна оберненої функції.
32. Властивості диференціалу. Інваріантність форми першого диференціалу.
33. Похідні основних елементарних функцій.
34. Похідні вищих порядків, їх властивості.
35. Диференціали вищих порядків, їх властивості.
36. Теорема Ферма.
37. Теорема Ролля, її геометричний зміст.

38. Теорема Лагранжа про скінчений приріст, її геометричний зміст.
39. Теорема Коші про середнє значення.
40. Перше правило Лопітала.
41. Формула Тейлора та Маклорена з залишковим членом у формі Пеано.
42. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа.
43. Необхідна та достатня умова монотонності функції на інтервалі.
44. Екстремум функції. Необхідна умова внутрішнього локального екстремуму.
45. Достатні умови екстремуму (використання першої похідної).
46. Достатні умови екстремуму (використання похідних вищих порядків).
47. Опуклість функції. Геометричне визначення за допомогою хорд.
48. Необхідні та достатні умови опуклості функції.
49. Поняття точки перегину. Необхідні умови точки перегину.
50. Достатні умови точки перегину.
51. Поняття асимптоти. Визначення параметрів похилої асимптоти.
52. Лема про функції, що мають однакові похідні на інтервалі. Поняття первісної функції. Поняття невизначеного інтегралу, його властивості. Таблиця інтегралів.
53. Заміна змінної у невизначеному інтегралі та інтегрування частинами.
54. Інтегрування раціональних дробів.
55. Інтегрування тригонометричних виразів, універсальна тригонометрична підстановка.
56. Інтегрування найпростіших ірраціональних функцій.
57. Поняття інтегральної суми. Поняття визначеного інтеграла Рімана. Необхідна умова інтегрованості функції за Ріманом.
58. Поняття верхньої та нижньої сум Дарбу. Властивості сум Дарбу. Формулювання критерію інтегрованості. Приклади застосування.
59. Поняття рівномірно неперервної функції. Формулювання теореми Кантора про рівномірну неперервність неперервної функції. Інтегрованість неперервної функції.
60. Інтегрованість функції, монотонної на відрізку. Інтегрованість обмеженої функції, що має скінчену кількість точок розриву.
61. Властивості визначеного інтегралу, що пов'язані з підінтегральною функцією, з відрізком інтегрування і визначені нерівностями.
62. Теореми про середнє значення інтеграла Рімана.
63. Неперервна залежність визначеного інтегралу від змінної верхньої межі. Похідна інтегралу по змінній верхній границі. Формула Ньютона – Лейбніца.
64. Заміна змінної у визначеному інтегралі, її геометричний зміст.
65. Формула інтегрування частинами для визначеного інтегралу.
66. Поняття площі плоскої фігури.
67. Критерій квадровності плоскої фігури. Приклад необмеженої фігури скінченої площі.



68. Обчислення площ і довжин дуг кривих. Обчислення об'ємів просторових фігур.
69. Невласні інтеграли першого і другого роду. Критерій Коші збіжності невластного інтегралу.
70. Невласні інтеграли від невід'ємних функцій.
71. Абсолютно і умовно збіжні невластні інтеграли. Приклади.
72. Ознаки збіжності та розбіжності невластних інтегралів. Еталонні інтеграли.
73. Ознаки Діріхле та Абеля збіжності невластного інтеграла.
74. Визначники 2-го порядку, їхні властивості.
75. Визначники 3-го порядку. Алгебраїчні доповнення та мінори.
76. Формули Крамера для систем лінійних рівнянь 2-го і 3-го порядків.
77. Матриці. Дії над матрицями.
78. Обернена матриця.
79. Матричний запис системи лінійних рівнянь. Розв'язування систем матричним способом.
80. Ранг матриці, його обчислення, теорема Кронекера - Капеллі.
81. Метод Гаусса розв'язування СЛАР.
82. Вектори та лінійні дії над ними
83. Лінійно незалежні системи векторів. Базис, розкладання вектора за базисом.
84. Проекція вектора на вісь. Декартова система координат у просторі. Координатна форма вектора.
85. Скалярний добуток векторів, його властивості та застосування.
86. Векторний добуток векторів, його властивості та застосування.
87. Мішаний добуток векторів, його властивості та застосування.
88. Пряма на площині. Кут між прямими.
89. Загальне рівняння площини. Взаємне розташування двох площин.
90. Пряма в просторі.
91. Канонічне рівняння еліпса та його властивості.
92. Канонічне рівняння гіперболи та її властивості.
93. Канонічне рівняння параболи та її властивості.
94. Множини, операції над ними.
95. Множина комплексних чисел.
96. Числова послідовність. Границя числової послідовності.
97. Існування границі монотонної обмеженої послідовності. Число  $e$ .
98. Означення функції, її властивості.
99. Основні елементарні функції.
100. Границя функції та її властивості.
101. Неперервність функції, її точки розриву
102. Похідна, її означення, зміст. Дотична до кривої.
103. Правила диференціювання. Таблиця похідних.
104. Диференціал, його означення, застосування
105. Похідні вищих порядків.

106. Правило Лопіталя.
107. Екстремум функцій однієї змінної, їх дослідження.
108. Первісна. Невизначений інтеграл. Таблиця інтегралів.
109. Методи інтегрування заміною та частинами.
110. Визначений інтеграл. Теорема Ньютона-Лейбніца.
111. Методи підстановки та інтегрування частинами у визначеному інтегралі.
112. Застосування визначених інтегралів для обчислення площ, об'ємів.
113. Невласні інтеграли.
114. Означення функції багатьох змінних, границя, неперервність.
115. Частинні похідні функції багатьох змінних.
116. Диференціал функцій багатьох змінних. Частинні похідні вищих порядків.
117. Похідна за напрямом. Градієнт.
118. Екстремуми функцій багатьох змінних.
119. Диференціальні рівняння першого порядку.
120. Задача Коші. Теорема про існування та єдиність розв'язків задачі Коші.
121. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними.
122. Лінійні рівняння першого порядку.
123. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами.
124. Числові ряди: основні поняття, збіжність рядів
125. Властивості збіжних рядів. Гармонічний ряд. Ряд геометричної прогресії.
126. Необхідна умова збіжності рядів.
127. Достатні ознаки збіжності рядів з додатними членами.
128. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність.
129. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Область збіжності степеневого ряду.
130. Розклад функції в ряд Тейлора та Маклорена.

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

### а) основна:

1. Вища математика для економістів : основні розділи : [підручник] / Васильченко І. П. — Вид. 2-е. — К. : Кондор, 2012. — 607 с.
2. Вища математика для економістів: підручник / О. Ляшенко, О. Черняк, Т. Кравець та ін. — К.: Видавничо-поліграфічний центр „Київський університет”, 2008. — 547 с.
3. Ляшенко И.Н., Ляшенко Е.И. Математика для экономистов. — Донецк, 1998.
4. Высшая математика для экономистов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман. — М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997.
5. Барковський В.В., Барковська Н.В. Математика для економістів. — Київ, 1997.
6. Тевяшев А.Д., Литвин О.Г. Вища математика. Загальний курс. Збірник задач та вправ. — Харків: Рубікон, 1999.
7. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. — М.: Высш. шк., 1996.
8. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. — М.: Наука, 1975.
9. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. — М.: Наука, 1967.
10. Ляшко И.И. и др. Математический анализ, в 3-х т. — К.: Вища школа, 1985.
11. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. — М.: Наука, 1977.

### б) додаткова:

12. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. — М.: Наука, 1985.
13. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. — М.: Наука, 1984.
14. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. — М.: Наука, 1988.
15. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Вып. 1. — М.: Наука, 1967.
16. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Вып. 2. — М.: Наука, 1973.
17. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. — М.: Наука, 1969.
18. Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов. — М.: ИНФРА – М, 1997.
19. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты). Учебное пособие для вузов. — М.: Высш. шк., 1983.
20. Кузнецов Ю.Н. Аналитическая геометрия с экономическими примерами и задачами. — К.: Вища шк., 1975.

21. Математика для экономистов. Решение задач и варианты индивидуальных заданий / Под ред. Л.В. Курпы. – Х.: ХДПУ, 1999.
22. Минорский В. П. Сборник задач по высшей математике. М.: Наука, 1987.
23. Михайленко В.М., Антонюк Р.А. Сборник прикладных задач по высшей математике. К.: Вища шк., 1990.
24. Сирл С., Госман У. Матричная алгебра в экономике. М.: Статистика, 1974.
25. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. - М.: Наука, 1959. - Т. 1,2,3.